# Exercices corrigés - Fonctions quadratiques et diverses - 3e

## Exercice 1

Difficulté: 60/100

**Question :** Un constructeur souhaite installer une clôture rectangulaire contre une porte pour délimiter un jardin. Il dispose de 18 m de clôture qu'il doit utiliser entièrement.

On désigne par l la largeur et par x la profondeur du jardin, en mètres.

L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions du jardin pour que son aire soit maximale.

- a. Quelle est l'aire du jardin lorsque  $x = 3 \,\mathrm{m}$ ?
- **b.** Quelles sont les valeurs possibles de x?
- ${\bf c.}$  On note A la fonction qui associe à x l'aire du jardin. Détermine cette fonction.
- **d.** À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction A(x).

$\overline{x}$	0	1	2	3	4	5
$\overline{A(x)}$						
x	6	7	8	9	9,5	10
A(x)						

- e. À partir du tableau, décris l'évolution de A(x) en fonction de x et donne un encadrement de la valeur de x pour laquelle A(x) semble maximale.
- **f.** Trace la courbe représentative de la fonction A(x).
- g. Complète le nouveau tableau de valeurs puis donne un encadrement au dixième de la valeur de x pour laquelle A(x) semble maximale.

- **h.** Calcule  $\mathcal{A}(4,75) \mathcal{A}(x)$  et montre que cette expression est égale à  $2(x-4,75)^2$ .
- i. Détermine le signe de cette expression et en déduis la valeur de x pour laquelle A(x) est maximale.
- j. En déduis les dimensions du jardin d'aire maximale.

Accéder au corrigé

#### Exercice 2

Difficulté: 20/100

Les applications f et g suivantes sont définies dans  $\mathbb R$  :

$$f: x \longmapsto x^2 \quad q: x \longmapsto -x^2.$$

Représentez-les graphiquement pour  $-3 \le x \le 3$ .

 $\mathbf{Difficult\'e}: 20/100$ 

Les applications f et g suivantes sont définies dans  $\mathbb R$  :

$$f(x) = x^2 + 1$$
  $q(x) = -x^2 - 1$ 

Représentez-les graphiquement pour  $-3 \le x \le 3$ .

Accéder au corrigé

# Exercice 4

Difficulté: 30/100

L'application suivante est définie par  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \ f(x) = x^2 - 2x + 3$ .

Représentez-la graphiquement pour  $-2 \le x \le 4$ .

Accéder au corrigé

# Exercice 5

Difficulté: 20/100

L'application g est définie sur  $\mathbb R$  par

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2.$$

Tracez le graphique de g pour  $-2 \le x \le 6$ .

Accéder au corrigé

# Exercice 6

Difficulté: 30/100

Soit la fonction  $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$  définie par  $f(x)=-x^2+8x-12$ . En quels points son graphique coupe-t-il

- 1) l'axe des abscisses?
- 2) l'axe des ordonnées ?

Accéder au corrigé

#### Exercice 7

Difficulté: 20/100

Question : On considère la fonction f qui, à tout nombre, associe le double de son carré. Calcule :

- a) f(2) =
- b) f(-3) =
- c) f(1,2) =
- d) f(-3.6) =
- e) Donne une préimage de 8 par f:
- f) Donne une préimage de 10 par f:

 $\mathbf{Difficult\'e}:\ 25/100$ 

 $\mathbf{Question}$  : Définissons la fonction f de la manière suivante pour tout nombre x :

- 1. Ajoute  $4 \grave{a} x$ .
- 2. Calcule le carré de la somme obtenue.
- a. Complète le tableau de valeurs suivant.

$\overline{x}$	-4	-1	2	5	6	$\sqrt{3}$
$\overline{f(x)}$						

- **b.** Quelle est l'image de 2 par f?
- c. Donne une préimage de 49 par f.

Accéder au corrigé

### Exercice 9

Difficulté: 15/100

On considère les applications suivantes, toutes définies sur  $\mathbb R$  :

- 1)  $f(x) = x^2 2x + 1$
- 2) g(x) = 3x 3
- 3)  $h(x) = x^3 + 2$
- 4) k(x) = |x|
- 5) Déterminer, parmi ces applications, celles dont la représentation graphique passe par le point P(-1; 1).
- 6) Faire de même pour les points R(-1; 0) et S(1; 0).

Accéder au corrigé

#### Exercice 10

**Difficulté** : 30/100

Représentez graphiquement la fonction f, définie pour  $-2 \le x \le 2$  par

$$f(x) = -x^3$$
.

Accéder au corrigé

### Exercice 11

Difficulté: 20/100

Soient les applications h et k définies sur  $\mathbb{R}$  par

- $h(x) = x^2 9$
- k(x) = 0

Représentez graphiquement ces applications et cherchez pour quels x on a h(x) = k(x).

Difficulté: 20/100

Soit l'application  $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  définie par  $g(x) = x^2 + 2x - 35$ . En quels points le graphique de cette application coupe-t-il

- 1) l'axe des abscisses?
- 2) l'axe des ordonnées ?

Accéder au corrigé

#### Exercice 13

Difficulté: 30/100

Déterminer a, b et c pour que la parabole d'équation  $y = ax^2 + bx + c$  passe par les points A(3;10), B(-2;20) et C(5;48).

Accéder au corrigé

### Exercice 14

Difficulté: 10/100

Question:

- a. Soit la fonction  $h: x \mapsto x^2 + 5$ . Détermine l'image de 3 par la fonction h.
- b. Soit la fonction affine k définie par k(x) = 4x + 7. Calcule la préimage de 19 par la fonction k.

Accéder au corrigé

### Exercice 15

Difficulté: 40/100

**Question :** La force de résistance à la glace exercée sur un patineur est la force que la glace oppose au mouvement du patineur. Elle peut être calculée par la formule  $F(v) = 2.5 v^2$ , où v est la vitesse en m/s.

On appelle F la fonction qui associe à la vitesse v (en m/s) la résistance de la glace en newtons.

a. Calculez F(4).

Interprétez le résultat.

b. Trouvez une préimage de 50 par F. Interprétez le résultat.

Accéder au corrigé

#### Exercice 16

Difficulté: 50/100

**Question:** On considère la fonction q définie par  $g(x) = 3x^2 - 6x + 2$  pour x compris entre 0 et 5.

a. Complète le tableau de valeurs de la fonction g.

$\overline{x}$	0	1	2	3	4	5
g(x)						

- **b.** Donne les coordonnées des six points A, B, C, D, E et F appartenant au graphique de g d'abscisses respectives 0, 1, 2, 3, 4 et 5.
- c. Place ces points dans un repère et trace une ébauche de courbe au crayon à papier.

**d.** Pour être plus précis dans le tracé, détermine d'autres points appartenant à cette courbe. Complète le tableau de valeurs de la fonction g.

- e. Donne les coordonnées des cinq points G, H, I, J et K appartenant au graphique de g d'abscisses respectives 0, 5, 1, 5, 2, 5, 3, 5 et 4, 5.
- f. Place sur le graphique les points obtenus à la question e, puis améliore ton tracé.

Accéder au corrigé

#### Exercice 17

Difficulté: 50/100

La hauteur d'une fusée, en mètres, t secondes après le lancement, est donnée par la fonction  $h(t) = 5t^2$  pour  $0 \le t \le 12$ .

a. Calculez h(4).

Interprétez le résultat.

b. Déterminez la préimage de 80 par la fonction h.

Interprétez le résultat.

Accéder au corrigé

### Exercice 18

Difficulté: 50/100

Question : Une société produit chaque semaine un article. Soit y la quantité hebdomadaire produite en unités, avec  $0 \le y \le 60$ . Le coût de production de y unités d'article, exprimé en euros, est donné par la formule :

$$C(y) = 2y^2 - 30y + 150.$$

Le prix de vente de cet article est de 45 CHF par unité. On suppose que tous les articles fabriqués sont vendus.

- a. Calculer le coût de production pour 15 unités d'article.
- b. Déterminer la recette liée à la vente de 15 unités d'article.
- c. Quel est le bénéfice réalisé ?
- d. Déterminer la recette R(y) en fonction de y, lorsque la société fabrique et vend y unités d'article.
- e. Déterminer le bénéfice B(y) correspondant.
- **f.** Représenter graphiquement la fonction B dans un repère.
- ${f g.}$  Pour quelle valeur de y le bénéfice est-il maximal ? Quel est ce bénéfice maximal ?

Accéder au corrigé

#### Exercice 19

Difficulté: 25/100

Question : Représentez sur le même graphique les fonctions h définie par  $h(x) = 3x^2$  et k définie par k(x) = -x + 5.

Difficulté: 30/100

**Question :** Chaque été, Léa réaménage son espace de loisirs. Cette année, elle souhaite installer une terrasse rectangulaire le long de la façade est de sa maison. Pour ce faire, elle dispose d'une clôture de 24 m.

À quelle distance de la façade doit-elle placer ses deux poteaux d'angle pour maximiser l'aire de sa terrasse?

Accéder au corrigé

#### Exercice 21

Difficulté : 50/100

À l'occasion de l'aménagement d'un jardin, le jardinier doit délimiter une zone rectangulaire à l'aide d'une clôture de 300 m.

- a) Quelles doivent être les dimensions du rectangle pour que la superficie du jardin soit de  $3500\,\mathrm{m}^2$  ?
- b) Donne l'expression fonctionnelle qui, en fonction de la longueur d'un côté du jardin, correspond à sa superficie.
- c) Représente graphiquement la superficie du jardin en fonction de la longueur d'un de ses côtés.
- d) Quelle est la superficie maximale que peut avoir ce jardin?

Accéder au corrigé

## Exercice 22

Difficulté: 40/100

L'aire d'un rectangle est de  $12 \,\mathrm{m}^2$ . On désigne l'une de ses dimensions par x et l'autre par y.

- Exprimer y en fonction de x.
- Représenter graphiquement y en fonction de x.

Accéder au corrigé

#### Exercice 23

Difficulté: 20/100

Soit l'application  $f(x) = x^2 + 5x + 6$  définie sur  $\mathbb{R}$ . À quels points le graphique de cette application coupe-t-il :

- 1. l'axe des abscisses?
- 2. l'axe des ordonnées ?

Accéder au corrigé

#### Exercice 24

Difficulté : 25/100

Question : Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = (2x+5)^2 - 9.$$

- a. Déterminez les images de 1, -2 et 4 par f.
- b. Déterminez les préimages de -9 par f.
- c. -16 a-t-il une ou plusieurs préimages par f?

Difficulté : 40/100

Représentez graphiquement l'application g, définie pour  $-2 \le x \le 2$  par  $g(x) = \frac{1}{2}x^3 + 1$ .

Accéder au corrigé

# Exercice 26

 $\mathbf{Difficult\'e}: 35/100$ 

Question : Soit la fonction g définie par  $g(x) = 3x^2 - 12$ . Identifiez les affirmations vraies et justifiez chaque réponse par un calcul.

a. 
$$g(2) = 0$$

b. 
$$g(-1) = -9$$

c. 
$$g(0) = -12$$

d. 
$$g(3) = 15$$

e. Déterminez le(s) préimage(s) de 0 par g.

Accéder au corrigé

#### Exercice 27

Difficulté: 40/100

Soient les fonctions m et n définies sur  $\mathbb R$  par

• 
$$m(x) = (x-2)^2$$

• 
$$n(x) = (2-x)(x+8)$$
.

Représentez graphiquement ces fonctions et déterminez les valeurs de x pour lesquelles m(x) = n(x).

Accéder au corrigé

# Exercice 28

Difficulté: 50/100

Question : On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

a. Complète le tableau de valeurs.

$$\frac{x -1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5}{f(x)}$$

- b. Donne un encadrement de la préimage de 0.
- c. Complète ce tableau de valeurs afin de donner un encadrement de la préimage de 0 à  $10^{-1}$  près.

7

$\overline{x}$		
f(x)		

# Accéder au corrigé

## Exercice 29

Difficulté: 40/100

Question : Le graphique suivant représente la fonction g.

a. Détermine graphiquement g(2, 4).

b. Détermine graphiquement le (les) préimage(s) de 5 par la fonction g.

Accéder au corrigé

## Exercice 30

Difficulté: 20/100

La fonction  $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$  est définie par  $h(x)=-2x^2+4x-\frac{1}{2}$ . Tracez sa représentation graphique pour  $-1\leq x\leq 3$ .

Accéder au corrigé

#### Exercice 31

Difficulté : 40/100

Question : On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Calculer le carré de ce nombre.
- Ajouter le quadruple du nombre de départ.
- Ajouter 3.
- a. Montre que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 8 comme résultat.
- b. Quel résultat obtient-on si on choisit -2 comme nombre de départ ?
- c. Soit x le nombre de départ. Exprime le résultat du programme en fonction de x.
- d. Montre que ce résultat peut également s'écrire sous la forme (x+1)(x+3) pour toute valeur de x.

La feuille du tableur suivante regroupe les résultats du programme de calcul précédent.

	A	В	С	D	E	F	G	Η	I	J
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2	(x+1)(x+3)	0	-1	0	3	8	15	24	35	48

- e. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2?
- f. Trouve les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

Difficulté : 40/100

 ${\bf Question}$  : Deux fonctions f et g sont définies par :

$$\begin{cases} f(x) = -3x^2 + 4 \\ g(x) = \frac{5}{x - 2} \end{cases}$$

Représentez-les graphiquement.

Accéder au corrigé

# Exercice 33

 $\mathbf{Difficult\'e}: 50/100$ 

Déterminer a, b et c tels que la parabole d'équation  $y = ax^2 + bx + c$  passe par les points A(0; -5), B(-2; 3) et  $C\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{4}\right)$ .